

13 дәріс. Тақырыбы: Жазықтықтың теңдеуі. Нүктеден жазықтыққа дейінгі ара-қашықтық.

Жазықтық. Жазықтықтың әр түрлі теңдеулері. Берілген нүктелер арқылы өтетін жазықтықтың теңдеуі.

$$\begin{aligned}M_0(x_0; y_0; z_0) \quad \vec{n} = (A; B; C) \quad M(x; y; z) \\ M_0 \vec{M} = (x - x_0; y - y_0; z - z_0) \\ A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0 \quad (1)\end{aligned}$$

- берілген $M_0(x_0; y_0; z_0)$ нүктесі және перпендикуляр $\vec{n} = (A; B; C)$ векторы арқылы өтетін жазықтықтың теңдеуі

Жазықтықтың жалпы теңдеуі

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

Жақшаны ашайық, және $Ax_0 - By_0 - Cz_0 = D$ белгілейік,

Шығады $Ax + By + Cz + D = 0$ - жазықтықтың жалпы теңдеуі

Үш нүкте арқылы өтетін жазықтықтың теңдеуі

$$M_1(x_1; y_1; z_1); M_2(x_2; y_2; z_2); M_3(x_3; y_3; z_3)$$

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$$

Жазықтықтар арасындағы бұрыш.

Жазықтықтардың параллельдігінің және перпендикулярлығының шарты

$$A_1x + B_1y + C_1z + D = 0$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D = 0$$

$$\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$$

$$\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$$

$$\cos \varphi = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

Жазықтықтардың параллельдігінің шарты

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$$

Жазықтықтардың перпендикулярлығының шарты

$$A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2 = 0$$

Нүктеден жазықтыққа дейінгі қашықтық

Т/к: $M_0(x_0; y_0; z_0)$ нүктесінен жалпы теңдеуімен берілген жазықтыққа дейінгі d қашықтықты

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Берілген түзу бойымен қиылысатын екі жазықтықтың теңдеуімен берілген түзу.

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0$$

$$A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2 = 0$$

$M(x_1; y_1; z_1)$ және $M(x_2; y_2; z_2)$ екі нүктелері арқылы өтетін түзудің теңдеуі

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$

Түзудің каноникалық теңдеуі:

$$M_0(x_0; y_0; z_0) \quad \vec{s} = (m; p; q) \quad M(x; y; z)$$

$$M_0 M(x - x_0; y - y_0; z - z_0)$$

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{p} = \frac{z - z_0}{q}$$

Түзудің параметрлік теңдеуі:

$$\begin{cases} x = x_0 + mt \\ y = y_0 + pt \\ z = z_0 + qt \end{cases}$$

Түзулердің арасындағы бұрыш:

$$\cos \varphi = \frac{m_1 m_2 + p_1 p_2 + q_1 q_2}{\sqrt{m_1^2 + p_1^2 + q_1^2} \sqrt{m_2^2 + p_2^2 + q_2^2}}$$